

文章编号: 1000-7598-(2007)增刊-0315-06

三维锚杆数值模拟方法研究

韦立德, 陈从新

(中国科学院武汉岩土力学研究所, 武汉 430071)

摘要: 在现有几种锚杆数值分析方法的基础上, 对考虑了浆体切向受力性态的三维锚杆单元理论及其应用进行了研究, 编制了三维锚杆有限元计算程序, 并结合例子对浆体锚杆的变形、应力规律进行了分析。计算结果显示了模型的可靠性和实用性。

关键词: 锚杆; 有限元; 锚杆单元

中图分类号: TB 115

文献标识码: A

Developing the numerical simulating methods of the 3-D bolt

WEI Li-de, CHEN Cong-xin

(Institute of Rock and Soil Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

Abstract: This paper reviews several bolt numerical simulating methods which are being used at present, and does a special research to the theory and applicability of the three-dimensional bolt elements which takes the tangential mechanics properties of the grout into account. By means of the FEM and the models mentioned, the program is developed to simulate the bolt and the structure. Through an example, it make sspecial research on bolt's mechanical characteristics. The calculations illustrate the capabilities of the elements.

Key words: bolt; finite elements; bolt elements

1 引言

锚杆(本文特指浆体锚杆)作为一种支撑结构广泛应用于隧道支护、路基加固和边坡稳定等岩土工程中。由于岩土工程面临的地质条件复杂多变(三维、非均质、不连续性),现场测量难度大。近几年来,对岩土锚固技术方法的研究已取得了很多进展,但在理论数值分析方面还有待深入探讨。本文在雷晓燕^[1-3]等工作的基础上,建议了一种考虑锚芯与浆体间剪切破坏作用的三维锚杆数值模拟方法,运用该方法对方岩体拉拔试验进行了数值计算,讨论了该三维锚杆单元的适用性。

2 三维锚杆单元理论

锚杆在空间的形式可看作一轴对称结构,锚芯处于轴心位置,周围为浆体,浆体与岩体相连。本

文三维锚杆锚固作用模拟由2节点三维杆件单元和4节点三维锚杆单元组成。2节点杆件单元和以往相似,在承载机制上考虑比较全面,除了能够承受轴向应力外还能够承受横向剪切应力。定义4节点三维锚杆单元如图1所示,其中结点3,4为浆体外半径上的两角点,节点3,4为锚芯两端点。在生成

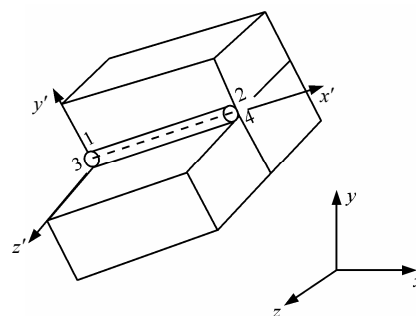


图1 4节点三维锚杆单元

Fig.1 The 4-noded element

收稿日期: 2007-03-23

基金项目: 国家重点基础研究发展规划项目(973)(No.2002CB412704)。

作者简介: 韦立德,男,1973年生,博士,博士后,副研究员,主要从事边坡工程方面研究。E-mail: weilide@tom.com

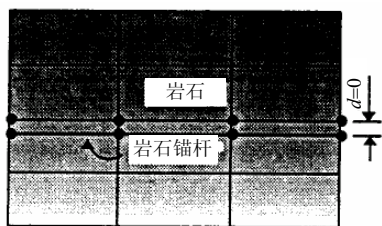


图2 锚杆单元与岩体相连

Fig.2 Linking of the bolt and the rock

有限元网格时, 节点 3, 4 与代表岩体的实体单元相连, 如图 2 所示。由于锚杆的直径相对于所分析问题的尺寸小得多, 因此, 可认为节点 3, 4 的坐标与节点 1, 2 的坐标相同, 以减少数据输入工作量。但在形成单元刚度矩阵时仍用锚杆的实际尺寸。2 节点杆件单元的 2 节点和节点 1, 2 的节点号重合。

考虑到锚杆具有轴向性质的特点, 锚杆单元先在局部坐标系中讨论, 通过适当的坐标变换, 再建立整体坐标系中的有限元方程。

定义 2 节点杆件单元在整体坐标系中的节点位移矢量 $\{a\}^e$ 和节点力矢量 $\{F\}^e$ 分别为

$$\left. \begin{aligned} \{a\}^e &= \{u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2\}^T; \\ \{F\}^e &= \{X_1 \quad Y_1 \quad Z_1 \quad X_2 \quad Y_2 \quad Z_2\}^T \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

定义 4 节点三维锚杆单元在整体坐标系中的节点位移矢量 $\{a\}^e$ 和节点力矢量 $\{F\}^e$ 分别为

$$\left. \begin{aligned} \{a\}^e &= \{u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad u_3 \quad v_3 \quad w_3 \quad u_4 \quad v_4 \quad w_4\}^T; \\ \{F\}^e &= \{x_1 \quad y_1 \quad z_1 \quad x_2 \quad y_2 \quad z_2 \quad x_3 \quad y_3 \quad z_3 \quad x_4 \quad y_4 \quad z_4\}^T \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

2.1 基本假设

在锚杆单元中, 本文采用如文[2]中的基本假定: (1) 锚芯的轴向位移沿锚杆方向成线性分布, 沿径线方向位移为常数; (2) 浆体的轴向位移沿锚杆方向成线性分布、沿径线方向则取空间轴对称问题的解析解; (3) 轴向应力主要由锚芯承担; (4) 不考虑径向的法向应力; (5) 切向剪应力主要与锚芯和浆体间的轴向相对位移有关; (6) 横向剪应力主要与锚杆的侧向位移有关, 如图 3 所示。沿轴线方向, 引入插值函数:

$$N_1 = \frac{1-\xi}{2}; \quad N_2 = \frac{1+\xi}{2} \quad (3)$$

式中: $-1 \leq \xi = \frac{x'-l/2}{l/2} \leq 1$, l 为单元的长度。

单元中任一点的位移分量可通过插值函数用节点位移向量表示成为

$$\{u' \quad v' \quad w'\}^T = N a^e \quad (4)$$

对 2 节点杆件单元:

$$N = \begin{Bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

对 4 节点三维锚杆单元上的锚芯:

$$N = \begin{Bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix};$$

对浆体:

$$N = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 \end{Bmatrix}$$

(6)

浆体轴向位移的解析表达式具体见文[1, 2]。

2.2 应变与应力

根据基本假设, 锚杆单元中只有 6 个主要应变分量, 它们分别是锚芯中由轴向位移引起的轴向应变 ϵ'_b ; 浆体中由相对切向位移引起的切向剪应变 γ'_g ; 浆体和锚芯之间的相对法向位移 ϵ'_v 和 ϵ'_z ; 以及由侧向位移引起的沿局部坐标 y' 、 z' 的横向剪应变 γ'_y 和 γ'_z , 用矢量的形式可将单元应变表示如下, 对 2 节点杆件单元:

$$\epsilon'^e = \begin{Bmatrix} \epsilon'_b \\ \gamma'_{y'} \\ \gamma'_{z'} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u'}{\partial x'} \\ \frac{\partial v'}{\partial x'} \\ \frac{\partial w'}{\partial x'} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{u'_2 - u'_1}{l} \\ \frac{v'_2 - v'_1}{l} \\ \frac{w'_2 - w'_1}{l} \end{Bmatrix} = B a'^e =$$

$$\begin{Bmatrix} -\frac{1}{l} & 0 & 0 & \frac{1}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{l} & 0 & 0 & \frac{1}{l} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{l} & 0 & 0 & \frac{1}{l} \end{Bmatrix} a'^e \quad (7)$$

对 4 节点三维锚杆单元

$$\epsilon'^e = \begin{Bmatrix} \gamma'_g \\ \epsilon'_{y'} \\ \epsilon'_{z'} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u'}{\partial r} \\ v'_h - v'_b \\ w'_h - w'_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{u'_h - u'_b}{r \ln(r_h/r_b)} \\ v'_h - v'_b \\ w'_h - w'_b \end{Bmatrix} = B a'^e \quad (8)$$

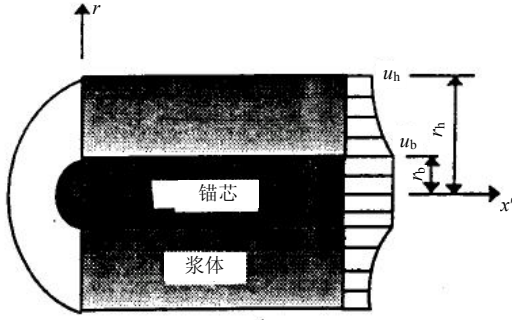


图3 浆体中轴向位移沿径线方向的分布

Fig.3 The radial displacement distribution in the axial direction between the rock and the bolt

式中

$$B = \begin{bmatrix} \frac{-N_1}{r \ln(r_h / r_b)} & 0 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 \\ 0 & 0 & -N_1 \\ \frac{-N_2}{r \ln(r_h / r_b)} & 0 & 0 \\ 0 & -N_2 & 0 \\ 0 & 0 & -N_2 \\ \frac{N_1}{r \ln(r_h / r_b)} & 0 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 \\ 0 & 0 & -N_1 \\ \frac{N_2}{r \ln(r_h / r_b)} & 0 & 0 \\ 0 & -N_2 & 0 \\ 0 & 0 & -N_2 \end{bmatrix}^T \quad (9)$$

应力分量可由锚杆的本构方程直接得到,

$$\{\sigma'\}^e = [D]\{\varepsilon'\}^e \quad (10)$$

对 2 节点杆件单元:

$$[D] = \begin{bmatrix} E_b & & \\ & G_b & \\ & & G_b \end{bmatrix} \quad (11)$$

对 4 节点三维锚杆单元:

$$[D] = [G_g \ E_x \ E_x]^T \quad (12)$$

式中: σ'_b 为锚芯中的轴向正应力; τ'_g 为浆体中的切向剪应力; $\tau'_{y'}$ 、 $\tau'_{z'}$ 为锚杆中分别沿局部坐标 y' 和 z' 方向的横向剪应力; E_b 为锚芯的弹性模量; G_g 为浆体的剪切模量; G_b 为锚芯的横向剪切模量; E_x 为为了模拟浆体和锚芯之间的相对法向位移基本为 0 而设置的一个极大数值。

2.3 单元刚度矩阵

由虚功方程或变分原理容易得到有限元刚度矩阵的一般形式为

$$[k]^e = \int_{\Omega} [B]^T [D] [B] d\Omega \quad (13)$$

在锚杆单元中, 局部坐标系下 2 节点杆件单元单元刚度矩阵为

$$[k']^e = \int_0^l \int_0^{r_b} \int_0^{2\pi} [B]^T [D] [B] r dr d\theta dx' = \pi l \int_{-1}^1 \int_0^{r_b} [B]^T [D] [B] r dr d\xi \quad (14)$$

局部坐标系下 4 节点三维锚杆单元单元刚度矩阵为

$$[k']^e = \int_0^l \int_{r_b}^{r_{hb}} \int_0^{2\pi} [B]^T [D] [B] r dr d\theta dx' = \pi l \int_{-1}^1 \int_{r_b}^{r_{hb}} [B]^T [D] [B] r dr d\xi \quad (15)$$

考虑式 (7), (8), (11) 和式 (12) 后, 可得到锚杆单元以显式形式表示的刚度矩阵。

在锚杆单元中, 局部坐标系下单元荷载向量为

$$[F']^e = \int_{\Omega} [B]^T \{\sigma'\}^e d\Omega \quad (16)$$

上述单元刚度矩阵是在局部坐标系中建立的, 在形成有限元方程之前, 还必须将其转换到整体坐标系中, 这个转换关系为

$$[k]^e = [\alpha]^T [k']^e [\alpha] \quad (17)$$

式中: $[k]^e$ 为整体坐标系中的单元刚度矩阵; $[\alpha]$ 为坐标转换矩阵。

整体坐标系中的荷载向量也可通过转换矩阵由局部坐标系中的荷载向量求得:

$$\{F\}^e = [\alpha]^T \{F'\}^e \quad (18)$$

一旦获得了单元刚度矩阵和荷载向量, 就可用标准的有限元集成方法将其迭加到有限元方程的总刚度矩阵和总荷载向量中。

数值计算时, 采用初始刚度矩阵迭代法解非线性方程组。

3 本构关系

3.1 锚杆的切向剪切性质

锚杆中锚芯与浆体, 浆体与岩体的交界面上均存在着切向相对位移, 由此而引起浆体中与锚杆平行方向上的剪应力。随着切向相对位移的增大, 锚杆将逐渐接近破坏状态。由切向剪应力引起的锚杆破坏可发生在浆体中、岩体中、浆体与锚芯的交界面或岩体与

浆体的接触面上, 其中尤以发生在岩体与浆体接触面上的破坏形式为最多见。锚杆的切向剪切强度与黏性系数、摩擦角及嵌入程度有关。随着切向位移的增加, 黏性系数和嵌入影响逐渐减小, 摩擦作用成为主要因素, 这里采用如下的双折线本构关系(图4)模拟:

$$\tau'_g = \begin{cases} G_g \gamma'_g, & |\gamma'_g| \leq \tau_{gp} / G_g \\ \tau_{gp} + G'_g (\gamma'_g - (\gamma'_g / |\gamma'_g|) \tau_{gp} / G_g), & |\gamma'_g| > \tau_{gp} / G_g \end{cases} \quad (19)$$

式中: τ_{gp} 为屈服剪应力; G'_g 为剪应力超过屈服剪应力后的剪切模量, 当该值和接近于 0 时基本可以代替理想弹塑性模型。

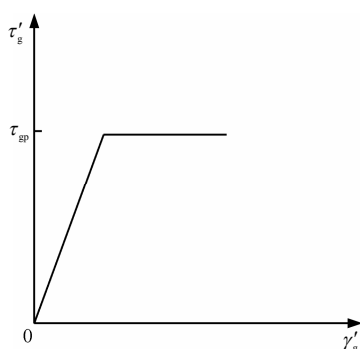


图4 剪应力-剪应变曲线
Fig.4 Shear stress-shear strain curve

3.2 锚芯的本构关系

锚杆中锚芯轴向应力和应变采用如下的双折线本构关系(图5)模拟:

$$\sigma'_b = \begin{cases} E_b \varepsilon'_b, & 0 \leq \varepsilon'_b \leq \sigma_{cp} / E_b \\ \sigma_{cp} + E'_b (\varepsilon'_b - \sigma_{cp} / E_b), & \varepsilon'_b > \sigma_{cp} / E_b \\ E_b \varepsilon'_b, & -\sigma_{dp} / G_g \leq \varepsilon'_b < 0 \\ -\sigma_{dp} + E'_b (\varepsilon'_b + \sigma_{dp} / E_b), & \varepsilon'_b < -\sigma_{dp} / E_b \end{cases} \quad (20)$$

式中: σ_{cp} 为抗压屈服应力; σ_{dp} 为抗拉屈服应力; E'_b 为轴向应力超过屈服应力后的弹性模量, 当该值

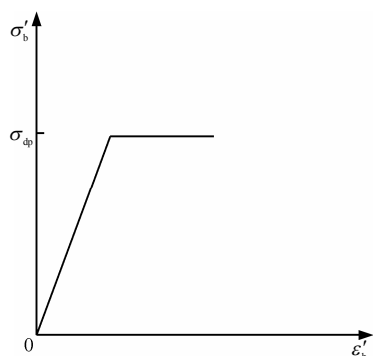


图5 锚杆轴向应力-应变模型曲线
Fig.5 Axial stress-strain curve of bolt

接近于 0 时基本可以代替理想弹塑性模型。

锚杆中锚芯横向剪应力和剪应变采用如下的双折线本构关系, 图6模拟:

$$\tau' = \begin{cases} G_b \gamma' & (|\gamma'| \leq \tau_{bp} / G_b) \\ \tau_{bp} + G'_b (\gamma' - (\gamma' / |\gamma'|) \tau_{bp} / G_b) & (|\gamma'| > \tau_{bp} / G_b) \end{cases} \quad (21)$$

式中: τ' 为锚芯横向最大剪应力; τ_{bp} 为屈服剪应力; G'_b 为剪应力超过屈服剪应力后的剪切模量, 当该值接近于 0 时基本可以代替理想弹塑性模型。

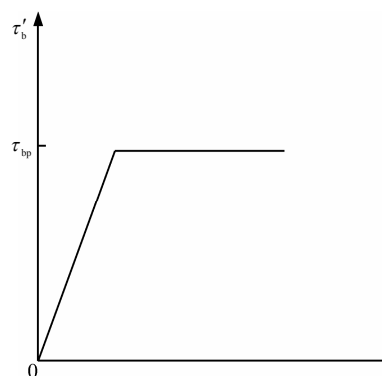


图6 锚杆横向剪应力-剪应变模型曲线
Fig.6 Transverse shear stress-strain curve of bolt

4 算例和分析

为了检验上述理论, 下面讨论锚固岩体试验计算实例, 并将计算结果与解析解或试验数据进行对比。图7表示一立方块岩体, 其边长为 1 m, 锚杆穿过岩体中心, 外荷载作用在锚杆的顶端。锚芯、浆体和岩体的性质见表1。假设岩体为各向同性的弹性体。计算中, 将岩体划分成 216 个 8 节点等参元, 锚杆离散成 12 个杆件单元和 12 个 4 节点单元。

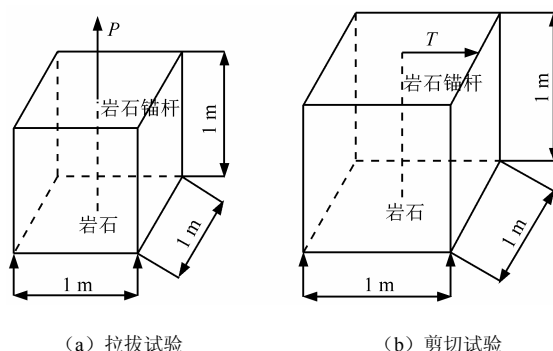


图7 锚固岩体试验

Fig.7 Test of the anchored rock

图8和图9为拉荷载为 200 kN 时锚芯中的轴向力和浆体中的切向剪应力曲线。可以看到, 锚芯中的轴向力和岩体中的应力随着深度的增加而迅速衰减, 尤其是在离顶端 0.4 m 的范围内衰减更快, 在

表1 锚杆和岩体的材料性质
Table 1 Material property of the bolt and the rock

弹性模量 /GN·m ⁻²	泊松比	剪切模量 /GN·m ⁻²	剪切屈服应 力 /MPa	屈服后剪切 模量 /10 ⁴ MPa	半径 /m
210	0.30		2 666.68	1	0.012 5
20	0.20	8.33	5.33	1	0.032 5
15	0.20	6.25			

此范围内锚芯将其作用迅速传递到了岩体。浆体中的切向剪应力在岩体顶端 0.2 m 的范围内超过了浆体的剪切强度，产生了裂缝。在图 9 所示的曲线上，表现为一水平直线。图 10 为锚杆顶承受轴向荷载和锚杆顶位移关系曲线。从中可以看出，荷载达到 0.7 MPa 后浆体全部屈服，位移随荷载增加急剧增加，此时锚杆已达到轴向承载极限状态。锚杆杆顶荷载和位移关系符合锚杆承载一般规律。图 11 为锚杆顶承受横向荷载 6×10^3 kN 时锚芯横向剪力分布情况。可以看到，锚芯中的横向剪力随着深度的增加而迅速衰减，尤其是在离顶端 0.3 m 的范围内衰减更快，在此范围内锚芯将其作用迅速传递到了

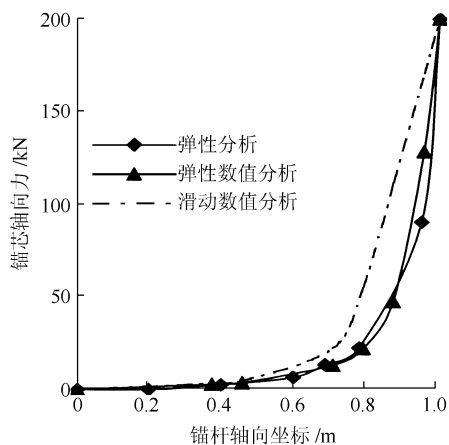


图8 锚芯轴向力

Fig.8 Distribution of force of the bolt in case of drawing test

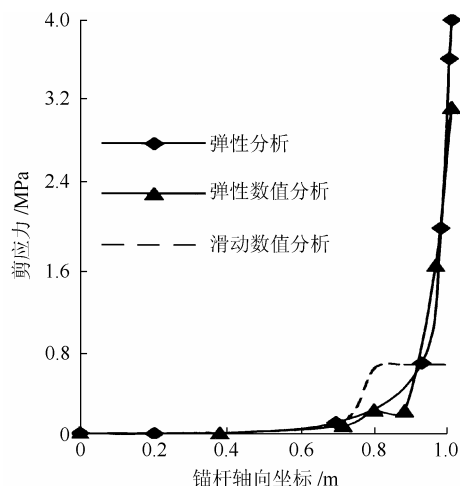


图9 浆体切向剪应力

Fig.9 Distribution of the shear force along the bolt

岩体。锚芯中的切向剪应力在岩体顶端 0.04 m 的范围内超过了锚芯的屈服剪切应力，产生了屈服。在图 11 所示的曲线上，表现为一水平直线。图 12 为锚杆顶承受横向荷载和锚杆顶横向位移关系曲线，图中虚线为弹性数值分析，实线为考虑屈服的数值分析。从中可以看出，荷载达到锚芯的屈服剪切应力后，位移随荷载增加线性增加。锚杆杆顶荷载和位移关系符合锚杆承载一般规律。

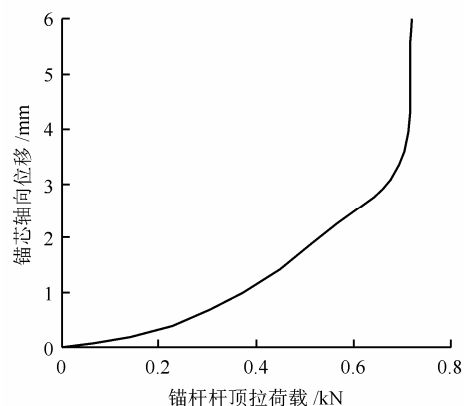


图10 锚杆顶荷载位移曲线

Fig.10 Load-displacement curve of the bolt in case of drawing test

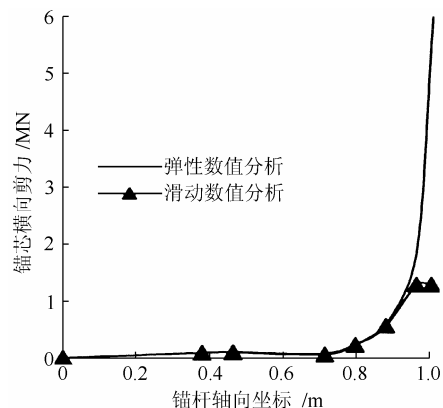


图11 锚芯横向剪荷载分布

Fig.11 Distribution of the shear force along the bolt

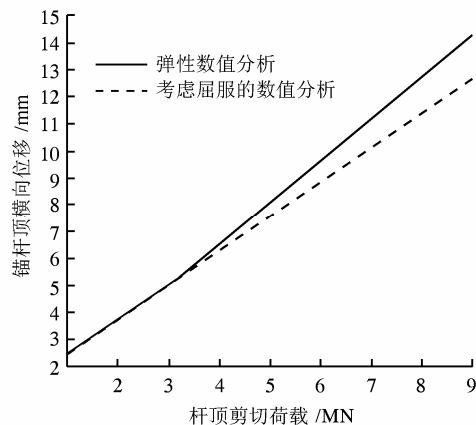


图12 锚芯顶横向位移

Fig.12 Load-displacement curve of the bolt in case of shearing test

5 本文模型的优点

在文[2]的基础上,本文建议了一种改进的考虑锚芯与浆体间剪切破坏作用的三维锚杆计算模型,该模型有以下优点。

(1) 该模型比文[2]提供的模型更容易实现程序设计。文[2]提供的模型在计算横向剪应力时只考虑了浆体的侧向位移而没有计及锚芯的侧向位移的影响,造成了总刚度矩阵奇异,在处理这个问题时该文采用了引入人工刚度的解决办法。笔者研制过程发现,采用该模型引入人工刚度矩阵时也容易出现一些麻烦,如该文提供的引入人工刚度矩阵的分布,没有提供公式推导过程和文字说明让人难以理解他的正确性,而人工刚度矩阵的取之方法及对结果影响规律也没有说明,这样势必影响该模型的使用。对同样问题处理时本文建议了采用接触单元一样的处理办法,由于对接触单元理论及应用人们比较熟悉,人们比较容易接受本文建议的模型。

(2) 本文模型在使用上更方便。由于本文在模拟锚杆侧向剪应力时采用了单独的一个单元来模拟,这样模拟锚杆侧向剪应力时采用的单元内径尺寸可以不和 2 节点单元尺寸一致,这样造成了使用上的方便,比如 2 节点单元可以采用来模拟全根锚杆,而 4 节点单元可以用来模拟浆体的侧向位移,用来模拟锚杆和掩体接触面的相对剪切位移。

(3) 在模拟锚索时,或者非全程粘结锚杆的自由段时,只用 2 节点单元模拟,从而可以不采用 4 节点单元,使使用上更方便。

6 结 论

在文献[2]的基础上,笔者建议了一种考虑锚芯

与浆体间剪切破坏作用的三维锚杆计算模型,并开发了相应有限元程序,与文[2]比较,由于采用 2 节点三维杆件单元和 4 节点三维锚杆单元模拟,使得所建议的模拟方法适用范围更加广泛,可以用于锚索模拟、一般锚杆模拟和抗滑桩等桩结构模拟;建议采用接触面单元处理法向位移的方法处理浆体不压缩的模拟特性,此法处理简单易行,算例计算表明,该方法可行。在计算上,笔者在国内首次给出了比较全面的锚固岩体的有限元计算资料,包括拉拔试验的锚芯轴向应力分布图、浆体剪应力分布图、荷载和位移关系图和锚杆承受剪力荷载试验的锚芯剪力分布图、荷载和位移关系图,计算实例显示了模型的可靠性和适用性。

参 考 文 献

- [1] 雷小燕. 岩土工程数值计算[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1999.
- [2] 雷小燕. 三维锚杆单元理论及其应用[J]. 工程力学, 1996, 13 (2): 50—59.
LEI Xiao-yan. Formulation and application of 3D anchor bolt elements[J]. *Engineering Mechanics*, 1996, 13(2): 50—59.
- [3] 李梅. 三维锚杆的数值模拟方法[J]. 福州大学学报, 2003, 31 (5): 588—592.
LI Mei. The numerical simulating methods of the 3-D bolt[J]. *Journal of Fuzhou University*, 2003, 31(5): 588—592.
- [4] 中国岩土锚固工程协会. 岩土工程中的锚固技术[M]. 北京: 地震出版社, 1992.
- [5] 中国岩土锚固工程协会. 岩土锚固工程技术[M]. 西安: 人民交通出版社, 1996.
- [6] 王淑云, 方保, 王如云. 数值分析方法[M]. 南京: 河海大学出版社, 1996.